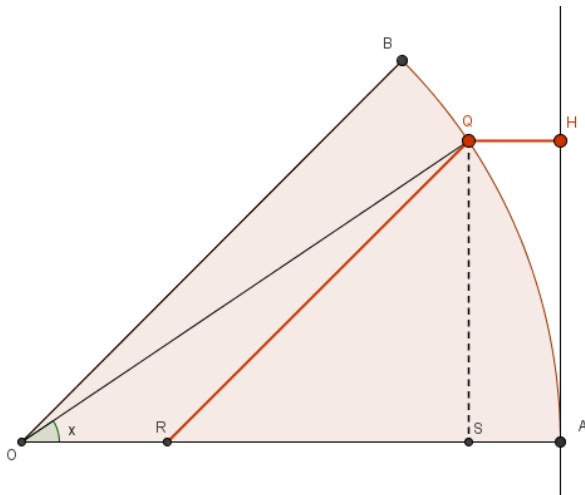


Problema n 453 pag 183 (risolto con la trigonometria)



Pongo $x = \widehat{QOA}$

limitazioni geometriche $0 \leq x \leq 45^\circ$

Considero il triangolo rettangolo OSQ
con ipotenusa $\overline{OQ} = r$

$$\overline{OS} = r \cos x \quad \overline{QS} = r \sin x$$

Ne segue che il segmento QH vale:

$$\overline{QH} = r - r \cos x = r(1 - \cos x)$$

Per il segmento QR applico il teorema dei seni al triangolo ORQ

$$\frac{\overline{QR}}{\sin x} = \frac{\overline{OQ}}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \overline{QR} = r\sqrt{2}\sin x$$

$$\lim_{Q \rightarrow A} \frac{\overline{QH}}{\overline{QR}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{r(1 - \cos x)}{r\sqrt{2}\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 - \cos x}{x} \frac{x}{\sin x} = 0$$

$$\lim_{Q \rightarrow A} \frac{\overline{QH}}{\overline{QR}^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{r(1 - \cos x)}{(r\sqrt{2}\sin x)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2r} \frac{1 - \cos x}{x^2} \frac{x^2}{\sin^2 x} = \frac{1}{4r}$$