

- 1) Data una circonferenza di raggio  $r$  e una sua corda  $AB$  a distanza  $\frac{r}{2}$  dal centro  $O$ , indica con  $M$  il punto medio del maggiore dei due archi  $AB$  e con  $P$  un generico punto dello stesso arco. Determina i limiti seguenti:

$$\lim_{P \rightarrow M} \frac{\text{area}(ABP)}{\overline{AP}^2} \quad \text{e} \quad \lim_{P \rightarrow M} \frac{\text{perimetro}(ABP)}{\overline{BP}}.$$

- 2) Data la semicirconferenza di centro  $O$  e diametro  $\overline{AB} = 2r$ , sia  $AC$  una sua corda di lunghezza  $\overline{AC} = r\sqrt{2}$ . Considera un punto  $P$  su  $AO$  e traccia la semiretta  $s$  perpendicolare ad  $AC$  condotta da  $P$ . Detti  $Q$  ed  $R$  i punti in cui  $s$  interseca, rispettivamente,  $AC$  e la semicirconferenza, calcola il seguente limite:  $\lim_{P \rightarrow A} \frac{PQ}{QR}$

- 3) Disegna i grafici delle seguenti funzioni:

a. $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2x+1}{x-3}$	b. $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$	c. $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-2}$
--	--	-----------------------------------

- 4) Per ciascuno dei grafici delle funzioni dell'esercizio precedente, ricava il grafico di  $y = |f(x)|$

- 5) Calcola i seguenti limiti, giustificando i passaggi ed indicando il limite notevole usato:

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^x$	b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \frac{3x+1}{3x}$	c. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$	d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{\text{sen}3x}$
--	---	--	---

- 6) Elenca i limiti notevoli studiati e dimostrane due a tua scelta.

- 7) Data la funzione  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1} & \text{per } x < 0 \\ \frac{\ln(-2x+1)}{x} & \text{per } x > 0 \end{cases}$  calcola, se esiste, il  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

- 8) Data la funzione  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{2x - c}$ , determina i parametri in modo che abbia come asintoti le rette di equazione  $x = 0$  e  $y = \frac{1}{2}x - 2$ . Disegna il grafico della funzione così ottenuta.

- 9) Data la funzione  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{ax+2} & \text{per } x \leq 0 \\ x^2 + 2x + b & \text{per } x > 0 \end{cases}$  trova per quali valori di  $a$  e di  $b$  la funzione è continua in  $x = 0$  e presenta un asintoto verticale in  $x = -4$ . Rappresenta la funzione così ottenuta.

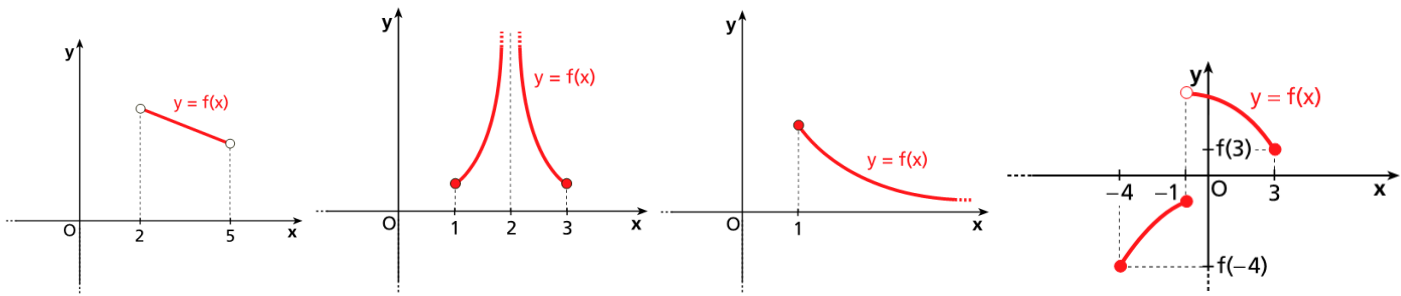
- 10) Classifica le discontinuità delle funzioni

e. $y = \frac{x+2}{x^2-4}$	f. $y = \frac{ x+3 }{x-3}$
----------------------------	----------------------------

11) Enuncia il teorema di esistenza degli zeri. Verifica se valgono le ipotesi del teorema per le funzioni seguenti nell'intervallo indicato a fianco

a. $y = 1 - x - \ln x$ in $[1; 2]$	b. $y = x^3 + x + 1$ in $[-2; 4]$	c. $y = 4 \arctg \frac{x+1}{x^2+1} + x - 1$ in $[-1; 0]$
---------------------------------------	--------------------------------------	---

12) Per ciascuna delle seguenti funzioni riconosci se sono applicabili i tre teoremi sulle funzioni continue (Weierstrass, Bolzano, esistenza degli zeri). Giustifica la risposta.



13) Riconosci e classifica le discontinuità delle funzioni riportate in grafico, giustificando le risposte:

