

1. (30 punti) Dato il punto $P\left(\frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$:
- determina l'equazione dell'ellisse di fuochi $F_2(0, \sqrt{3})$ ed $F_1(0, -\sqrt{3})$ e passante per P.
 - Verificato che risulta $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, scrivere l'equazione della tangente all'ellisse nel punto P', simmetrico di P rispetto all'origine degli assi.
 - Detto A il vertice di ascissa positiva dell'ellisse, trova la bisettrice dell'angolo ottuso formato da AF_2 e dalla direzione positiva dell'asse x, e verifica che tale bisettrice passa per F_1 .
2. (30 punti) Trova le tangenti all'ellisse $3x^2 + 16y^2 = 64$ condotte dal punto $P(0,4)$. Individua i punti di tangenza R e T. Scrivi l'equazione della parabola passante per R, T e P.
(facoltativo) Detti M ed N gli ulteriori punti di intersezione tra la parabola e l'ellisse, calcola l'area del quadrilatero convesso MNTR.
3. (30 punti) Una parabola ha asse di equazione $y = -2$, vertice appartenente all'asse y e passa per il punto di intersezione delle rette di equazione $x + 2y + 1 = 0$ e $3x - y - 4 = 0$. Trova l'equazione della parabola. Determina l'equazione dell'ellisse che ha vertici nei punti in cui la parabola tocca gli assi coordinati.

La lode vale ... 240 secondi di ansia

Un rettangolo è inscritto in un quadrante di cerchio come mostrato in figura. Determinare con esattezza la lunghezza della diagonale AC, sapendo che il cerchio ha raggio unitario.



