Liceo Scientifico Statale "**L. da Vinci**" CLASSE III A.S.2010/11 21 marzo 2011

Durata della prova: **1 ora** **VERIFICA DI MATEMATICA** scheda di correzione

FILA A

1) Determina l'equazione della parabola passante per i punti $P(-1;-8)$ e $Q(0;-3)$ e avente asse di simmetria di equazione x=2.

a) Detti A e B i punti di intersezione della parabola con l'asse x, con $x_B > x_A$, trova l'equazione della retta t, tangente alla parabola in B.

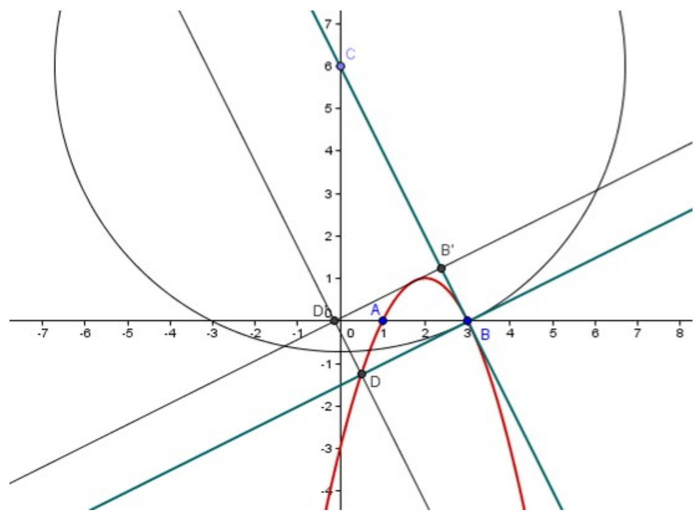
b) Sia C il punto della retta t di ascissa nulla, scrivi l'equazione della circonferenza di centro C e raggio BC e trova la tangente s alla circonferenza nel punto B.

c) Detto D l'ulteriore punto di intersezione fra la retta s e la parabola, calcola l'area del segmento parabolico delimitato dalla parabola e dalla corda DB.

Determino l'equazione della parabola

$$\begin{cases} c=-3 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \\ -8=a-b+c \end{cases} \qquad \begin{cases} - - \\ b=-4a \\ -8=a+4a-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-3 \\ b=4 \\ a=-1 \end{cases}$$

$y=-x^2+4x-3 \qquad V(2,1)$



Punto a)

$$\begin{cases} y=0 \\ y=-x^2+4x-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} - - \\ x^2-4x+3=0 \end{cases}$$

$A(1,0)$ B(3,0)

Tangente in B

$$\frac{y+0}{2}=-3x+4\frac{x+3}{2}-3 \qquad y=-6x+4x+12-6$$

$y=-2x+6$

Punto b)

$$\begin{cases} x=0 \\ y=-2x+6 \end{cases} \qquad \text{C}(0,6) \qquad r=BC=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5} \qquad x^2+(y-6)^2=45 \qquad x^2+y^2-12y-9=0$$

Tangente in B

$$3x+0-12\frac{y+0}{2}-9=0 \qquad 3x-6y-9=0$$

Punto c)

$$\begin{cases} 3x-6y-9=0 \\ y=-x^2+4x-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2} \\ x^2-4x+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}+3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} - - \\ 2x^2-7x+3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y_1=0 \\ x_1=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y_2=-\dfrac{5}{4} \\ x_2=\dfrac{1}{2} \end{cases} \qquad D\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{4}\right)$$

Coefficiente angolare della retta DB $m=\dfrac{1}{2}$

Cerco la tangente alla parabola con coefficiente angolare 1/2

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+q \\ y=-x^2+4x-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} -- \\ x^2-4x+\frac{1}{2}x+q+3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -- \\ 2x^2-7x+2(3+q)=0 \end{cases} \qquad \Delta=49-16(3+q)=0 \qquad q=\frac{1}{16}$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{16} \qquad 8x-16y+1=0$$

$$\overline{DB}=\sqrt{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{5}{4}\right)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{4} \qquad \overline{BB'}=\frac{|8\cdot 3-0+1|}{\sqrt{8^2+16^2}}=\frac{25}{\sqrt{320}}=\frac{25}{8\sqrt{5}}$$

$$\text{area segmento parabolico }=\frac{2}{3}\text{area}(DD'B'B)=\frac{2}{3}\overline{DB}\cdot\overline{BB'}=\frac{2}{3}\frac{5\sqrt{5}}{4}\frac{25}{8\sqrt{5}}=\frac{125}{48}$$

FILA B

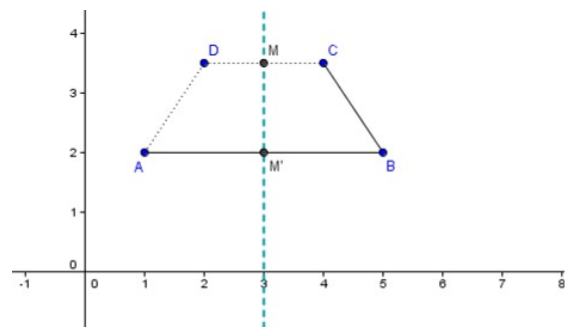
1) Siano $A(1;2)$, $B(5;2)$ e $C\left(4;\frac{7}{2}\right)$ tre vertici consecutivi di un trapezio isoscele avente base maggiore AB.

- ***a)*** Individua le coordinate del quarto vertice D.
- ***b)*** Scrivi l'equazione della parabola passante per i vertici del trapezio.
- ***c)*** Determina le equazioni delle tangenti alla parabola in D e B.
- ***d)*** Scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo DVC, con V vertice della parabola.
- ***e)*** Calcola l'area del segmento parabolico delimitato dalla parabola e dalla corda DB.

Punto a)

Dal grafico del trapezio isoscele si vede che esso è simmetrico rispetto alla retta x=3, quindi D corrisponde a C nella simmetria centrale di centro $M\left(3,\frac{7}{2}\right)$

$$\begin{cases} x_D=2\cdot x_M-x_C=2\cdot 3-4=2 \\ y_D=2\cdot y_M-y_C=\frac{7}{2} \end{cases} \qquad D\left(2,\frac{7}{2}\right)$$



Punto b)

$$\begin{cases} 2=a+b+c \\ -\frac{b}{2a}=3 \\ \frac{7}{2}=4a+2b+c \end{cases} \qquad \begin{cases} -- \\ b=-6a \\ 2-\frac{7}{2}=-3a-b \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-\frac{1}{2} \\ b=3 \\ a=\frac{1}{2} \end{cases} \qquad y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{1}{2} \qquad V(3,4)$$

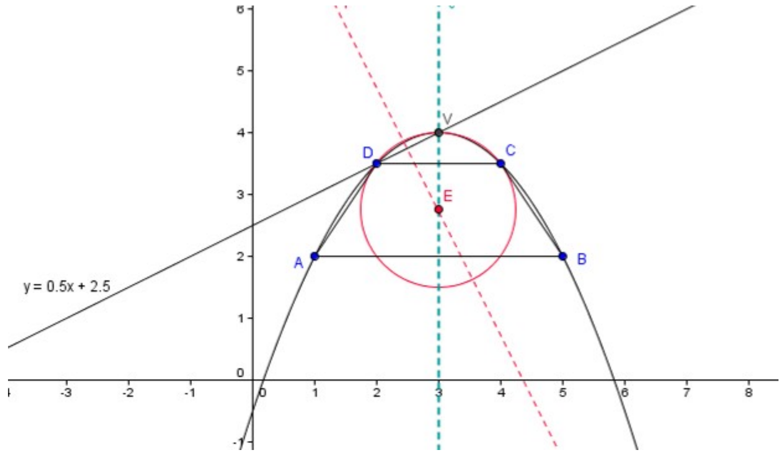
Punto c)

$$t_B:\ \frac{y+2}{2}=-\frac{5}{2}x+3\frac{x+5}{2}-\frac{1}{2} \qquad y=-2x+12$$

$$t_D:\ \frac{y+7/2}{2}=-\frac{1}{2}2x+3\frac{x+2}{2}-\frac{1}{2} \qquad y+\frac{7}{2}=-2x+3(x+2)-1 \qquad y=-2x+3x+6-1-\frac{7}{2} \qquad y=x+\frac{3}{2}$$

Punto d)
coefficiente angolare del segmento DV e punto medio N

$$m=\frac{4-\frac{7}{2}}{3-2}=\frac{1}{2}\qquad N\left(\frac{5}{2},\frac{15}{4}\right)$$



Asse del segmento DV

$$y-\frac{15}{4}=-2(x-\frac{5}{2})\qquad y=-2x+\frac{35}{4}$$

Determino il centro E della cfr e il reggio r

$$E:\begin{cases}x=3\\ y=-2x+\dfrac{35}{4}=-2\cdot 3+\dfrac{35}{4}=\dfrac{11}{4}\end{cases}\qquad r=\overline{VE}=\left|4-\frac{11}{4}\right|=\frac{5}{4}$$

La cfr ha equazione $(x-3)^2+\left(y-\frac{11}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2$

Punto e)

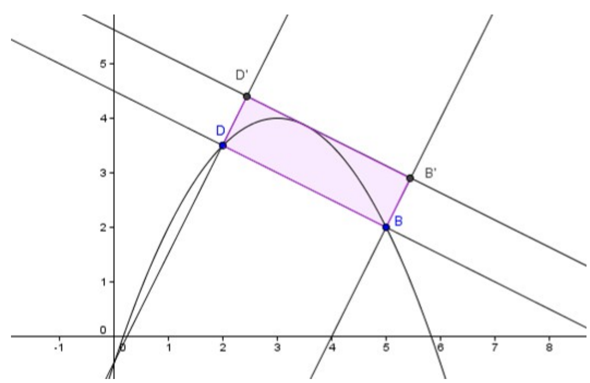
Coefficiente angolare della retta DB $m=\dfrac{\frac{7}{2}-2}{2-5}=-\dfrac{1}{2}$

Cerco la tangente alla parabola parallela alla retta DB

$$\begin{cases}y=-\dfrac{1}{2}x+q\\ y=-\dfrac{1}{2}x^2+3x-\dfrac{1}{2}\end{cases}\qquad -\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}x+q\qquad x^2-6x+1=x-2q\qquad x^2-7x+1+2q=0$$

$$\Delta=49-4(1+2q)=0\qquad q=\frac{45}{8}\qquad y=-\frac{1}{2}x+\frac{45}{8}\qquad 4x+8y-45=0$$

$$\overline{DB}=\sqrt{(5-2)^2+\left(2-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{9+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{45}{4}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$$



$$\overline{BB}'=\frac{|4\cdot 5+8\cdot 2-45|}{\sqrt{4^2+8^2}}=\frac{|-9|}{\sqrt{80}}=\frac{9}{4\sqrt{5}}$$

$$\text{area segmento parabolico}=\frac{2}{3}\text{area}\left(DD'B'B\right)=\frac{2}{3}\overline{DB}\cdot\overline{BB}'=\frac{2}{3}\frac{3\sqrt{5}}{2}\frac{9}{4\sqrt{5}}=\frac{9}{4}$$