

FILA A

- l) Determina l'equazione della parabola passante per i punti $P(-1;-8)$ e $Q(0;-3)$ e avente asse di simmetria di equazione $x=2$.
- Detti A e B i punti di intersezione della parabola con l'asse x, con $x_B > x_A$, trova l'equazione della retta t, tangente alla parabola in B.
 - Sia C il punto della retta t di ascissa nulla, scrivi l'equazione della circonferenza di centro C e raggio BC e trova la tangente s alla circonferenza nel punto B.
 - Detto D l'ulteriore punto di intersezione fra la retta s e la parabola, calcola l'area del segmento parabolico delimitato dalla parabola e dalla corda DB.

Determino l'equazione della parabola

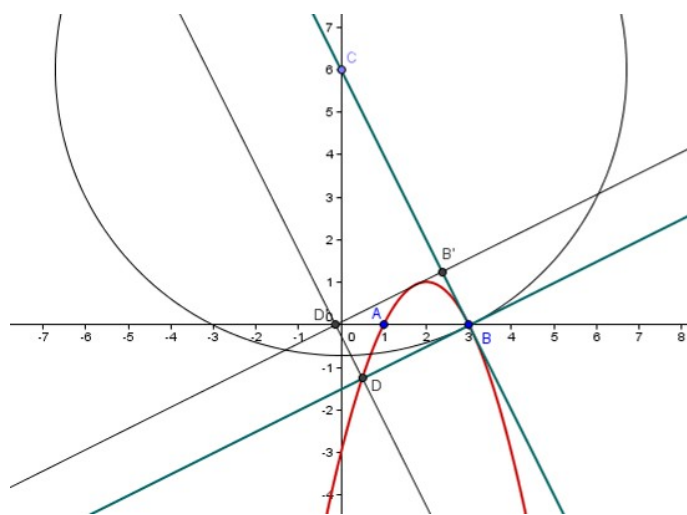
$$\begin{cases} c = -3 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -8 = a - b + c \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ b = -4a \\ -8 = a + 4a - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} c = -3 \\ b = 4 \\ a = -1 \end{cases}$$

$y = -x^2 + 4x - 3 \quad V(2,1)$

Punto a)

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases}$$

$A(1,0) \quad B(3,0)$



Tangente in B

$$\frac{y+0}{2} = -3x + 4 \cdot \frac{x+3}{2} - 3 \quad y = -6x + 4x + 12 - 6$$

$y = -2x + 6$

Punto b)

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2x + 6 \end{cases} \quad C(0,6) \quad r = BC = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \quad x^2 + (y-6)^2 = 45 \quad x^2 + y^2 - 12y - 9 = 0$$

Tangente in B

$$3x + 0 - 12 \cdot \frac{y+0}{2} - 9 = 0 \quad 3x - 6y - 9 = 0$$

Punto c)

$$\begin{cases} 3x - 6y - 9 = 0 \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ x^2 - 4x + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ 2x^2 - 7x + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y_2 = -\frac{5}{4} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad D\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right)$$

Coefficiente angolare della retta DB $m = \frac{1}{2}$

Cerco la tangente alla parabola con coefficiente angolare 1/2

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + q \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ x^2 - 4x + \frac{1}{2}x + q + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ 2x^2 - 7x + 2(3+q) = 0 \end{cases} \quad \Delta = 49 - 16(3+q) = 0 \quad q = \frac{1}{16}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \quad 8x - 16y + 1 = 0$$

$$\overline{DB} = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{4} \quad \overline{BB'} = \frac{|8 \cdot 3 - 0 + 1|}{\sqrt{8^2 + 16^2}} = \frac{25}{\sqrt{320}} = \frac{25}{8\sqrt{5}}$$

$$\text{area segmento parabolico} = \frac{2}{3} \text{area}(DD'B'B) = \frac{2}{3} \overline{DB} \cdot \overline{BB'} = \frac{2}{3} \frac{5\sqrt{5}}{4} \frac{25}{8\sqrt{5}} = \frac{125}{48}$$

FILA B

1) Siano $A(1;2)$, $B(5;2)$ e $C\left(4; \frac{7}{2}\right)$ tre vertici consecutivi di un trapezio isoscele avente base maggiore AB.

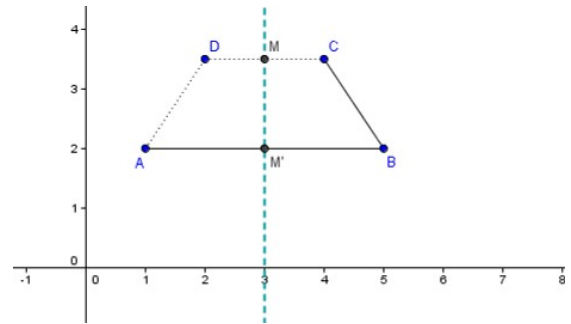
- Individua le coordinate del quarto vertice D.
- Scrivi l'equazione della parabola passante per i vertici del trapezio.
- Determina le equazioni delle tangenti alla parabola in D e B.
- Scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo DVC, con V vertice della parabola.
- Calcola l'area del segmento parabolico delimitato dalla parabola e dalla corda DB.

Punto a)

Dal grafico del trapezio isoscele si vede che esso è simmetrico rispetto alla retta $x=3$, quindi D corrisponde a C

nella simmetria centrale di centro $M\left(3, \frac{7}{2}\right)$

$$\begin{cases} x_D = 2 \cdot x_M - x_C = 2 \cdot 3 - 4 = 2 \\ y_D = 2 \cdot y_M - y_C = \frac{7}{2} \end{cases} \quad D\left(2, \frac{7}{2}\right)$$



Punto b)

$$\begin{cases} 2 = a + b + c \\ -\frac{b}{2a} = 3 \\ \frac{7}{2} = 4a + 2b + c \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ b = -6a \\ 2 - \frac{7}{2} = -3a - b \end{cases} \quad \begin{cases} c = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \quad V(3,4)$$

Punto c)

$$t_B: \frac{y+2}{2} = -\frac{5}{2}x + 3 \quad \frac{x+5}{2} - \frac{1}{2} \quad y = -2x + 12$$

$$t_D: \frac{y+7/2}{2} = -\frac{1}{2}2x + 3 \quad \frac{x+2}{2} - \frac{1}{2} \quad y + \frac{7}{2} = -2x + 3(x+2) - 1 \quad y = -2x + 3x + 6 - 1 - \frac{7}{2} \quad y = x + \frac{3}{2}$$

Punto d)
coefficiente angolare del segmento DV e punto medio N

$$m = \frac{4 - \frac{7}{2}}{3 - 2} = \frac{1}{2} \quad N\left(\frac{5}{2}, \frac{15}{4}\right)$$

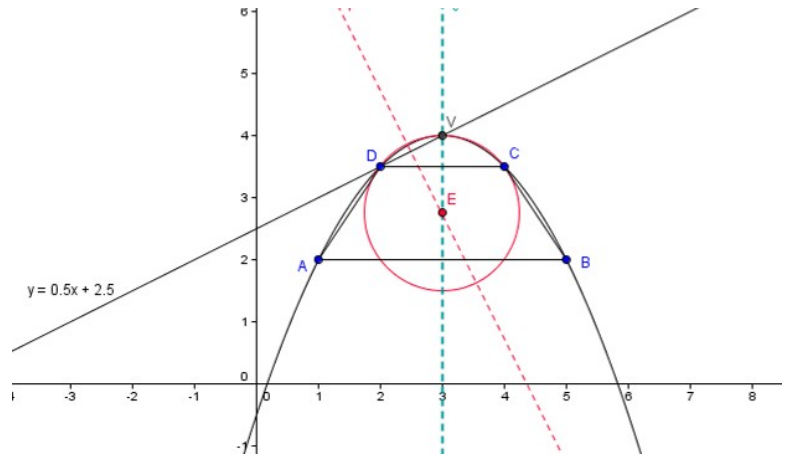
Asse del segmento DV

$$y - \frac{15}{4} = -2\left(x - \frac{5}{2}\right) \quad y = -2x + \frac{35}{4}$$

Determino il centro E della cfr e il raggio r

$$E: \begin{cases} x = 3 \\ y = -2x + \frac{35}{4} = -2 \cdot 3 + \frac{35}{4} = \frac{11}{4} \end{cases} \quad r = \overline{VE} = \left|4 - \frac{11}{4}\right| = \frac{5}{4}$$

La cfr ha equazione $(x - 3)^2 + \left(y - \frac{11}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$



Punto e)

Coefficiente angolare della retta DB $m = \frac{7 - 2}{2 - 5} = -\frac{1}{2}$

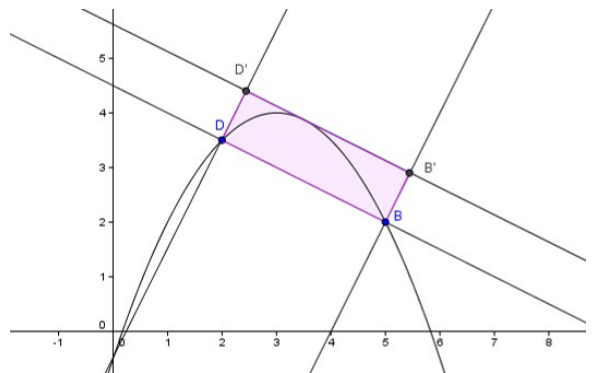
Cerco la tangente alla parabola parallela alla retta DB

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + q \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \end{cases} \quad -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}x + q \quad x^2 - 6x + 1 = x - 2q \quad x^2 - 7x + 1 + 2q = 0$$

$$\Delta = 49 - 4(1 + 2q) = 0 \quad q = \frac{45}{8} \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{45}{8} \quad 4x + 8y - 45 = 0$$

$$\overline{DB} = \sqrt{(5 - 2)^2 + \left(2 - \frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\overline{BB'} = \frac{|4 \cdot 5 + 8 \cdot 2 - 45|}{\sqrt{4^2 + 8^2}} = \frac{|-9|}{\sqrt{80}} = \frac{9}{4\sqrt{5}}$$



$$\text{area segmento parabolico} = \frac{2}{3} \text{area}(DD'B'B) = \frac{2}{3} \overline{DB} \cdot \overline{BB'} = \frac{2}{3} \frac{3\sqrt{5}}{2} \frac{9}{4\sqrt{5}} = \frac{9}{4}$$