

QUARTO CONTRAPPUNTO

I PROBLEMI:

UNA VISIONE DINAMICA

Risolvere i seguenti problemi di carattere geometrico che conducono alla soluzione di disequazioni.

- 1 Inscrivere in una circonferenza di raggio r un triangolo isoscele e determinare per quali valori dell'altezza essa è minore del triplo della base.

$$\left[\sqrt{-x^2 + 2rx} > \frac{x}{6}; 0 < x < \frac{72r}{37} \right]$$

- 2 Inscrivere in una circonferenza di raggio r un triangolo isoscele e determinare per quali valori x dell'altezza è positiva la differenza tra il doppio della base e l'altezza.

$$\left[\sqrt{-x^2 + 2rx} > \frac{x}{4}; 0 < x < \frac{32r}{17} \right]$$

- 3 Data una circonferenza di centro O e raggio unitario determinare per quali valori di una corda AB , il triplo della sua distanza dal centro è maggiore della corda stessa.

$$\left[AB = 2x; \sqrt{1-x^2} > \frac{2x}{3}; 0 \leq x < 3 \frac{\sqrt{13}}{13} \right]$$

- 4 Data una semicirconferenza Γ di raggio unitario, sia AB una corda parallela al diametro, proiettarla sulla tangente a Γ a essa parallela e indicare con A' , B' le proiezioni. Determinare per quali valori di AB il perimetro del rettangolo $ABB'A'$ è minore di 2.

$$\left[AB = 2x; \sqrt{1-x^2} > 2x; 0 \leq x < \frac{\sqrt{5}}{5} \right]$$

- 5 Inscrivere in una semicirconferenza di raggio unitario un rettangolo che ha la base sul diametro e determinare per quali valori dell'altezza il suo perimetro è minore di 3.

$$\left[\sqrt{1-x^2} < \frac{3}{4} - \frac{x}{2}; x \leq 1 \right]$$

- 6 Sia ABC un triangolo rettangolo di ipotenusa $BC = 2a$ e sia H la proiezione di A sull'ipotenusa. Determinare per quali valori x di HB è soddisfatta la relazione $AB < \sqrt{3}AH$.

$$\left[\sqrt{\frac{2ax}{3}} < \sqrt{2ax - x^2}; 0 < x < \frac{4a}{3} \right]$$

- 7 Una circonferenza Γ ha centro O e raggio r . Siano: t una retta tangente a Γ , s una retta parallela a t che interseca Γ in due punti distinti A , B e siano H , K le proiezioni di A , B su t . Determinare per quali valori x della distanza fra le due rette il perimetro del rettangolo $ABHK$ è maggiore di $4r$.

$$\left[\sqrt{2rx - x^2} > r - \frac{1}{2}x; \frac{2r}{5} < x < 2r \right]$$

- 8 Una semicirconferenza Γ ha diametro $AB = 2r$, MN è una corda parallela al diametro; indicata con H la proiezione del centro C di Γ su MN , determinare per quali valori x di CH è verificata la relazione $MN < CH$.

$$\left[\sqrt{r^2 - x^2} < \frac{1}{2}x; \frac{2r}{\sqrt{5}} < x \leq r \right]$$

- 9 Data una semicirconferenza Γ di centro O e raggio 2, circoscrivere a Γ un trapezio isoscele $ABCD$ di base maggiore AB e indicare con T il punto in cui il lato AD è tangente a Γ , con H la proiezione di D su AB . Dimostrare che i triangoli AOT , ADH sono congruenti e determinare per quali valori x di AT il perimetro del trapezio è minore di 12.

$$\left[\sqrt{4+x^2} < 2 + \frac{x}{3}; 0 < x < \frac{3}{2} \right]$$

- 10 Due semicirconferenze Γ , Γ' hanno i diametri $AB = 2$ e $BC = 4$ adiacenti e sono situate nello stesso semipiano da essi generato; una retta r parallela ai diametri stacca su Γ , Γ' due corde MN , PQ . Determinare per quali posizioni di r è soddisfatta la relazione $MN + PQ > BC$.

$$\left[x \text{ distanza di } r \text{ dai diametri}; \sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-x^2} > 2; 0 \leq x < \frac{\sqrt{15}}{4} \right]$$

- 11 Un trapezio rettangolo ha la base maggiore $AB = 2$ e la diagonale AC perpendicolare al lato obliquo BC . Determinare per quali valori x della base CD è verificata la relazione $AD < DC - \frac{2AB}{5}$.

$$\left[\sqrt{-x^2 + 2x} < x - \frac{4}{5}; \frac{8}{5} < x \leq 2 \right]$$

- 12 Data una semicirconferenza Γ di diametro $AB = 2$, indicare con P un punto di Γ e con H la proiezione di P su AB . Determinare per quali valori di AH è soddisfatta la relazione $HP > 2AH$.

$$\left[\sqrt{-x^2 + 2x} > 2x; 0 < x < \frac{2}{5} \right]$$

- 13 È data una semicirconferenza Γ di diametro $AB = 2$, indicare con P un punto di Γ e H la proiezione di P su AB . Determinare per quali valori x di AH è soddisfatta la relazione $AP < HB$.

$$[\sqrt{2x} < 2 - x; 0 \leq x < 3 - \sqrt{5}]$$

- 14 Un triangolo isoscele ABC di base AB è inscritto in una circonferenza di raggio 1. Determinare quali valori x può assumere l'altezza per mantenersi maggiore del doppio della base.

$$\left[\sqrt{-x^2 + 2x} < \frac{x}{4}; \frac{32}{17} < x \leq 2 \right]$$