

l) Disequazioni esponenziali

a) $\frac{1}{9}3^x > \frac{81}{625}5^{x-2}$ $\frac{3^{x-2}}{5^{x-2}} > \frac{81}{625}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-2} > \frac{3^4}{5^4}$ $x-2 < 4$ S: $x < 6$

b) $12\left(\frac{4}{9}\right)^x - 35\left(\frac{2}{3}\right)^x + 18 < 0$ pongo $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ con $t > 0$ $12t^2 - 35t + 18 < 0$ $\frac{2}{3} < t < \frac{9}{4}$

$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{2}{3} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{9}{4} \end{cases}$ *la base è minore di 1 quindi* $\begin{cases} x < 1 \\ x > -2 \end{cases}$ S: $-2 < x < 1$

c) $\frac{(2^{x-1} - 1)(3^{2x+1} - 9)}{|2^x - 4|} \geq 0$

$N_1 \geq 0$ $2^{x-1} - 1 \geq 0$ $2^{x-1} \geq 2^0$ $x \geq 1$

$N_2 \geq 0$ $3^{2x+1} \geq 3^2$ $2x+1 \geq 2$ $x \geq \frac{1}{2}$

$D > 0$ $|2^x - 4| \neq 0$ $x \neq 2$

	1/2	1	2
N_1	-	-	+
N_2	-	+	+
D	+	+	+
N/D	+	-	+

S: $(x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 1) \wedge x \neq 2$

2) dominio naturale delle funzioni

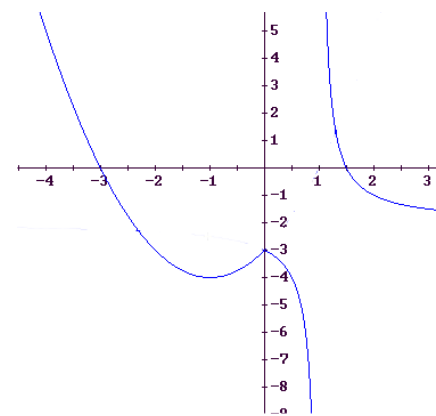
a. $g(x) = \left(\sqrt{4-x^2}\right)^{\frac{x+1}{x}}$ CE: $\begin{cases} 4-x^2 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ $(-2 < x < 2) \wedge x \neq 0$

b. $h(x) = \log_2(\cos x) + \sqrt{2\text{sen}x - 1}$

CE: $\begin{cases} \cos x > 0 \\ 2\text{sen}x - 1 \geq 0 \end{cases}$ $\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$

3) Disegna la funzione definita a tratti, indicane dominio e codominio, spiega se è iniettiva, suriettiva, biiettiva e se è monotóna.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{-2x + 3}{x - 1} & \text{per } x > 0 \end{cases} \quad D: x \neq 1 \quad C = \mathbb{R}$$



4) Semplifica l'espressione che segue riducendola ad un unico logaritmo. Indica in quale intervallo di valori della x vale l'uguaglianza trovata

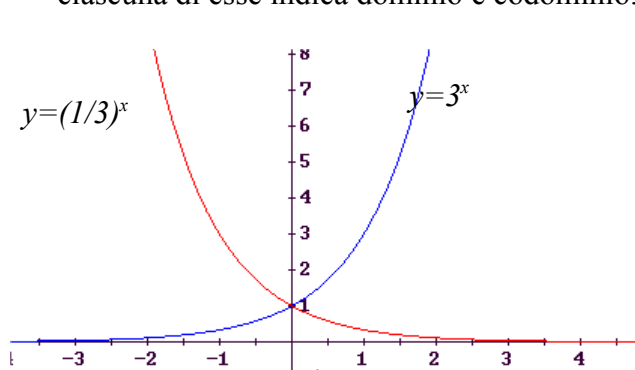
$$\frac{1}{2} \log_3(x^2 - 4) + 3 \log_3(x - 1) - 2 \log_3(x - 2) = \log_3 \frac{(\sqrt{x^2 - 4})(x - 1)^3}{(x - 2)^2}$$

$$\frac{1}{2} \log_3(x^2 - 4) + 3 \log_3(x - 1) - 2 \log_3(x - 2) \quad \text{CE: } x > 2$$

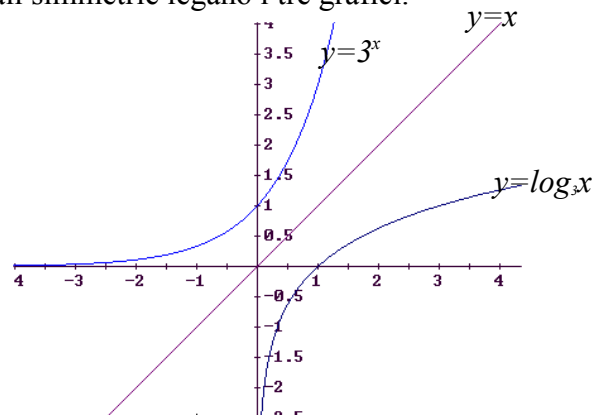
$$\log_3 \frac{(\sqrt{x^2 - 4})(x - 1)^3}{(x - 2)^2} \quad \text{CE } x > 1 \wedge x \neq 2$$

l'uguaglianza trovata vale solo per $x > 2$.

5) Disegna qualitativamente il grafico della seguente funzione $y = 3^x$, della sua inversa e della reciproca. Per ciascuna di esse indica dominio e codominio. Spiega quali simmetrie legano i tre grafici.



Simmetria rispetto all'asse y : $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$



Simmetria rispetto alla bisettrice $y = x$: $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$

6) Enuncia e dimostra la proprietà del logaritmo di un prodotto

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \quad \text{con } \begin{cases} a > 0 \wedge a \neq 1 \\ b > 0, c > 0 \end{cases} \quad \text{Lascio la dimostrazione allo studioso lettore.}$$