

IL CAMPO ELETTRICO NEL CENTRO DI UN TRIANGOLO EQUILATERO CON TRE CARICHE UGUALI POSTE NEI VERTICI

PROBLEMA

Tre cariche positive, ciascuna di  $6,0\mu C$ , sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $\ell = 10\text{cm}$ . Trovare intensità, direzione e verso del campo elettrico risultante nel centro del triangolo.

Il centro del triangolo è il circocentro. In un triangolo equilatero esso coincide con il baricentro, con l'ortocentro e con l'incentro. Inoltre l'altezza relativa ad un lato è anche mediana e bisettrice. (vedi Fig.1).

Il segmento AM è altezza relativa al lato BC, quindi  $\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell$ .

Il segmento AM è anche mediana e il baricentro divide la mediana in due parti, una

doppia dell'altra. Risolvendo il sistema  $\begin{cases} \overline{AO} = 2\overline{OM} \\ \overline{AO} + \overline{OM} = \overline{AM} \end{cases}$  si ottiene

$$\overline{AO} = \frac{2}{3} \overline{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \ell = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell.$$

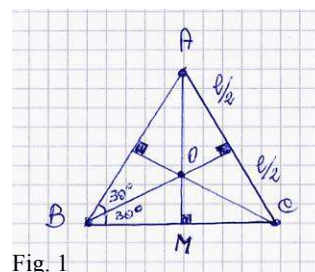


Fig. 1

Considerando le mediane relative agli altri due lati si conclude che  $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ . Poiché anche le tre cariche sono uguali, i vettori campo elettrico in O da esse generati sono di uguale

intensità  $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = |\vec{E}_3|$ .

Si può calcolare il valore di uno di essi:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{6 \cdot 10^{-6} C}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 0,1\right)^2 m^2} = 1,6 \cdot 10^7 \frac{N}{C}$$

La fig.2 mostra intensità, direzione e verso dei vettori. Ciascun vettore campo è diretto lungo la congiungente la carica generatrice con il punto O e orientato verso l'esterno, uscente rispetto alla carica stessa. È importante osservare che nel punto O non esiste carica elettrica ma il campo esiste lo stesso.

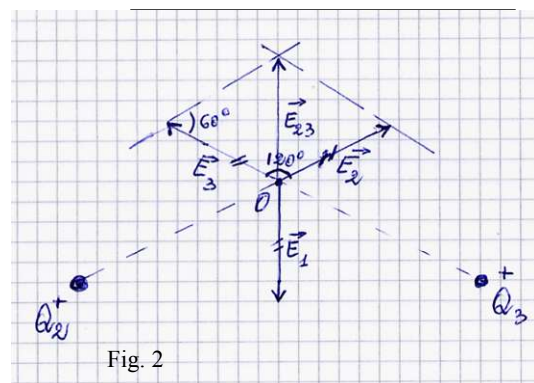


Fig. 2

La fig.2 mostra anche la regola del parallelogramma applicata ai vettori  $\vec{E}_2$  ed  $\vec{E}_3$ . La loro risultante  $\vec{E}_{23}$  è diagonale di un rombo che ha angoli ottusi di  $120^\circ$ , essa divide il rombo in due triangoli equilateri. Pertanto  $E_{23} = E_2 = E_3$ .

Basta ora comporre la risultante parziale  $\vec{E}_{23}$  con il vettore  $\vec{E}_1$ , fig. 3. Poiché essi sono uguali e opposti, la loro risultante è nulla.

RISPOSTA: **il campo elettrico totale nel punto O è nullo.**

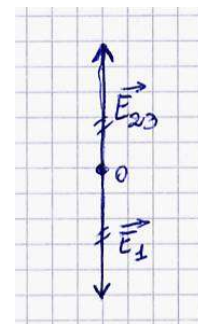


Fig. 3

IL POTENZIALE ELETTRICO NEL CENTRO DEL TRIANGOLO EQUILATERO CON TRE CARICHE UGUALI POSTE NEI VERTICI

PROBLEMA

Tre cariche positive, ciascuna di  $6,0\mu C$ , sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $\ell = 10\text{cm}$ . Trovare il potenziale elettrico totale nel centro del triangolo.

Il potenziale dovuto alle singole cariche poste nei vertici assume lo stesso valore per tutte e tre le cariche, visto che esse sono uguali e sono ugualmente distanti da O. Quindi  $V_1 = V_2 = V_3$ .

**Il potenziale è una grandezza scalare**, il principio di sovrapposizione richiede, quindi, che si faccia la somma

algebrica dei potenziali singoli.  $V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3 = 3V_1 = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r}$ .

**RISPOSTA: il potenziale elettrico totale in O è il triplo di quello dovuto alla singola carica generatrice, data la simmetria del problema. Il potenziale elettrico totale nel punto O è diverso da zero, anche se il campo elettrico è nullo in O.**

**IL CAMPO ELETTRICO NEL PUNTO MEDIO DEL LATO DI UN TRIANGOLO EQUILATERO CON TRE CARICHE UGUALI POSTE NEI VERTICI**

**PROBLEMA**

*Tre cariche positive, ciascuna di  $6,0\mu C$ , sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $\ell = 10cm$ . Trovare intensità, direzione e verso del campo elettrico risultante nel punto medio di ciascuno dei lati del triangolo.*

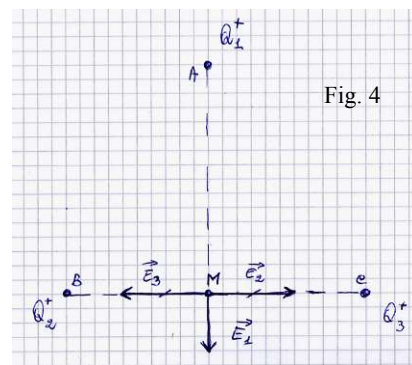
In ciascuno dei punti medi da considerare il campo elettrico si ottiene sommando vettorialmente i campi generati dalle singole cariche. Data la simmetria del problema, cioè dato che si tratta di un triangolo equilatero, il calcolo del vettore risultante nel punto medio di un lato può essere eseguito per un solo lato, poiché si ripeterebbe identico per gli altri due lati. Considero il lato BC, vedi fig.4.

Il segmento AM è altezza relativa al lato BC, quindi  $\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell$ .

I vettori campo generati in M da  $Q_1$  e  $Q_3$  sono uguali e opposti, visto che le cariche sono uguali e sono ugualmente distanti da M. Essi sono orientati nel verso uscente dalla carica generatrice e diretti come la congiungente. Le intensità sono:  $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_3|$

La loro risultante parziale è nulla  $\vec{E}_{13} = 0$ .

Il campo totale allora coincide con il vettore  $\vec{E}_2$ . Le sue caratteristiche sono:



- **direzione perpendicolare al lato ( la mediana è anche altezza quindi forma l'angolo  $\frac{\pi}{2}$  con il lato)**
- **verso uscente (la carica generatrice  $Q_2$  è positiva)**

• **l'intensità vale**

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{6 \cdot 10^{-6} C}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,1\right)^2 m^2} = 1,6 \cdot 10^7 \frac{N}{C}$$

**IL POTENZIALE ELETTRICO NEL PUNTO MEDIO DI UN LATO DI UN TRIANGOLO EQUILATERO CON TRE CARICHE UGUALI POSTE NEI VERTICI**

**PROBLEMA**

*Tre cariche positive, ciascuna di  $6,0\mu C$ , sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $\ell = 10cm$ . Trovare il potenziale elettrico totale nel punto medio di uno dei lati del triangolo.*

Bisogna sommare algebricamente i potenziali  $V_1, V_2, V_3$  dovuti alle singole cariche poste nei vertici e tenere conto del fatto che i potenziali delle cariche  $Q_2$  e  $Q_3$  sono uguali.

$$V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3 = 2V_2 + V_1 = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{\frac{\ell}{2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \ell}$$