

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Suppletiva 2003
CORSO DI ORDINAMENTO
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Del triangolo ABC si hanno le seguenti informazioni:

$$\overline{AB} = 3cm \quad \overline{AC} = 2cm \quad \widehat{CAB} = 60^\circ$$

Si tracci la bisettrice di \widehat{CAB} e se ne indichi con D l'intersezione con il lato BC.

- 1) Si calcoli la lunghezza del lato BC e delle parti in cui esso risulta diviso dal punto D.
- 2) Si determinino il coseno dell'angolo in B, la misura di AD e, disponendo di un calcolatore, le misure approssimate degli altri due angoli interni di vertici B e C.
- 3) Si trovi sul lato AD, internamente ad esso, un punto P tale che la somma s dei quadrati delle sue distanze dai vertici A, B e C sia m^2 essendo m un parametro reale dato.
- 4) Si discuta tale ultima questione rispetto al parametro m.

PROBLEMA 2

E' data una piramide retta a base quadrata.

- 1) Si sezioni la piramide con un piano parallelo alla base e si indichino con a, b (a>b) e h rispettivamente le misure degli spigoli delle basi e l'altezza del tronco che ne risulta. Si esprima in funzione di a, b, h il volume del tronco di piramide illustrando il ragionamento seguito.
- 2) Si calcoli il volume massimo della piramide data sapendo che la sua superficie laterale è $\sqrt{3}dm^2$
- 3) Si calcoli il raggio della sfera circoscritta alla piramide massima trovata.
- 4) Si dia una approssimazione della capacità in litri di tale sfera.

QUESTIONARIO

- 1) Tra i rettangoli aventi la stessa area di $16 m^2$ trovare quello di perimetro minimo.
- 2) Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo della funzione

$$f(x) = \text{sen}x - 2 \cos x$$

- 3) Dare un esempio di un solido la cui superficie laterale è 24π .

- 4) Provare che se l'equazione $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ha due soluzioni entrambe di valore k, allora k è anche soluzione dell'equazione $y' = 0$ avendo posto $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. A quale condizione k è anche soluzione di $y'' = 0$?

- 5) Dare una giustificazione delle formule

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \text{sen}^2 \alpha$$

e utilizzarle per provare che:

$$\cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$$

- 6) Dimostrare che l'equazione $x^5 + 10x + 1 = 0$ ammette una sola soluzione reale.
- 7) Enunciare il teorema del valor medio o di Lagrange [da Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813)] e mostrarne le implicazioni ai fini della determinazione della crescenza o decrescenza delle curve.
- 8) Di una funzione f(x) si sa che la sua derivata seconda è 2^x e si sa ancora che:

$$f(0) = \left(\frac{1}{\log 2} \right)^2 \quad e \quad f'(0) = 0$$

Quale è $f(x)$?

9) Calcolare l'area della parte finita di piano delimitata dalla curva d'equazione $y = 2e^x - 1$ e dagli assi cartesiani

10) Definire gli asintoti – orizzontale, obliquo, verticale – di una curva e fornire un esempio di funzione $f(x)$ il cui grafico presenti un asintoto orizzontale e due asintoti verticali.

Durata massima della prova : 6 ore

E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.